VARIANTE 1 :

Corrigé de l'exercice 1:

Soit le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 16 \end{Bmatrix}$$

L'élimination de Gauss nous conduit au système triangulaire supérieur suivant :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & \frac{19}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ \frac{38}{3} \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 6.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 12.67 \end{Bmatrix}$$

(3.0) **(1.0)**

D'où :

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Corrigé de l'exercice 2:

L'évaluation numérique, par la méthode de Gauss, de cette intégrale est :

$$I = \int_0^1 \frac{e^x}{\cos(x)} dx \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n=4} A_i f(x_i) = \frac{1}{2} \left(A_1 \frac{e^{x_1}}{\cos(x_1)} + A_2 \frac{e^{x_2}}{\cos(x_2)} + A_3 \frac{e^{x_3}}{\cos(x_3)} + A_4 \frac{e^{x_4}}{\cos(x_4)} \right) \quad \textbf{(1)}$$

$A_1 = A_4 = 0.3478$; $A_2 = A_3 = 0.6521$; $x_i = \dfrac{b+a}{2} + \dfrac{b-a}{2} t_i$; $t_1 = -t_4 = -0.8611$; $t_2 = -t_3 = -0.3399$

Les valeurs des x_i sont :

$x_1 = 0.069$; $x_2 = 0.33$; $x_3 = 0.669$; $x_4 = 0.93$

(0.75) **(0.75)** **(0.75)** **(0.75)**

Après calcul, on trouve :

$$I = \int_0^1 \frac{e^x}{\cos(x)} dx \approx 2.2173 \quad (3)$$

Corrigé des questions de cours:

1. On ne peut pas estimer l'erreur de l'interpolation au point x=0.8, car on ne dispose pas de la valeur mesurée à ce point. (3)

2. On ne peut pas résoudre cette équation différentielle par la méthode de Rungé-Kutta d'ordre 2, car cette méthode concerne seulement les équations différentielles d'ordre 1 et non les équations différentielles d'ordre 2. (3)

VARIANTE 2 :

Corrigé de l'exercice 1:

Soit le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13 \\ 35 \end{Bmatrix}$$

L'élimination de Gauss nous conduit au système triangulaire supérieur suivant :

$$\underset{\textbf{(3.0)}}{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \underset{\textbf{(1.0)}}{\begin{Bmatrix} 13 \\ 9 \end{Bmatrix}}$$

D'où :

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3)}$$

Corrigé de l'exercice 2:

L'évaluation numérique, par la méthode de Gauss, de cette intégrale est :

$$I = \int_1^2 \frac{e^x}{\sin(x)} dx \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n=4} A_i f(x_i) = \frac{1}{2} \left(A_1 \frac{e^{x_1}}{\sin(x_1)} + A_2 \frac{e^{x_2}}{\sin(x_2)} + A_3 \frac{e^{x_3}}{\sin(x_3)} + A_4 \frac{e^{x_4}}{\sin(x_4)} \right) \quad \textbf{(1)}$$

$A_1 = A_4 = 0.3478$; $A_2 = A_3 = 0.6521$; $x_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} t_i$; $t_1 = -t_4 = -0.8611$; $t_2 = -t_3 = -0.3399$

Les valeurs des x_i sont :

$x_1 = 1.069$ **(0.75)** ; $x_2 = 1.33$ **(0.75)** ; $x_3 = 1.669$ **(0.75)** ; $x_4 = 1.93$ **(0.75)**

Après calcul, on trouve :

$$I = \int_1^2 \frac{e^x}{\sin(x)} dx \approx 4.8685 \quad \textbf{(3)}$$

Corrigé des questions de cours:

3. On ne peut pas estimer l'erreur de l'interpolation au point x=0.8, car on ne dispose pas de la valeur mesurée à ce point. **(3)**

4. On ne peut pas résoudre cette équation différentielle par la méthode de Rungé-Kutta d'ordre 2, car cette méthode concerne seulement les équations différentielles d'ordre 1 et non les équations différentielles d'ordre 2. **(3)**

VARIANTE 3 :

Corrigé de l'exercice 1:

Soit le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 23 \\ 25 \end{Bmatrix}$$

L'élimination de Gauss nous conduit au système triangulaire supérieur suivant :

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & \frac{14}{5} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 23 \\ \frac{56}{5} \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 2.8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 23 \\ 11.2 \end{Bmatrix}$$

(3.0) **(1.0)**

D'où :

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 4 \end{Bmatrix} \quad \textbf{(3)}$$

Corrigé de l'exercice 2:

L'évaluation numérique, par la méthode de Gauss, de cette intégrale est :

$$I = \int_2^3 \frac{e^x}{\sin(x)} dx \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n=4} A_i f(x_i) = \frac{1}{2}\left(A_1 \frac{e^{x_1}}{\sin(x_1)} + A_2 \frac{e^{x_2}}{\sin(x_2)} + A_3 \frac{e^{x_3}}{\sin(x_3)} + A_4 \frac{e^{x_4}}{\sin(x_4)} \right) \quad \textbf{(1)}$$

$A_1 = A_4 = 0.3478$; $A_2 = A_3 = 0.6521$; $x_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} t_i$; $t_1 = -t_4 = -0.8611$; $t_2 = -t_3 = -0.3399$

Les valeurs des x_i sont :

$x_1 = 2.069$; $x_2 = 2.33$; $x_3 = 2.669$; $x_4 = 2.93$

(0.75) **(0.75)** **(0.75)** **(0.75)**

Après calcul, on trouve :

$$I = \int_2^3 \frac{e^x}{\sin(x)} dx \approx 32.1058 \quad \textbf{(3)}$$

Corrigé des questions de cours:

5. On ne peut pas estimer l'erreur de l'interpolation au point x=0.8, car on ne dispose pas de la valeur mesurée à ce point. **(3)**

6. On ne peut pas résoudre cette équation différentielle par la méthode de Rungé-Kutta d'ordre 2, car cette méthode concerne seulement les équations différentielles d'ordre 1 et non les équations différentielles d'ordre 2. **(3)**